2. Zyklus

Produkte im Mathematikunterricht

begleiten und bewerten

Beurteilungskriterien für das 3. und 4. Schuljahr

3. Sj	4. Sj		Bezug zu Aufgabe (A/B), Kriterien	LP21
		A	Du zeichnest mehrere regelmässige Muster im Kreis	O+B
		A	Du führst die Tabelle zu mindestens 2 Mustern richtig weiter.	E&A
		A	Du trägst bei mehr als 1 Muster neben die Ecken (wie in der Aufgabe 8. 16, 24, 32, 40) die richtigen «Eckenzahlen» ein	M+D
		A	Du beschreibst, wie die Endzahl zustande kommt	M+D
		B	Du untersuchst Kreise mit verschiedenen Einteilungen und schreibst eine Gemeinsamkeit und einen Unterschied auf	E+A
		B	Du beschreibst zusätzlich 2 Entdeckungen, die in den Kriterien oben nicht erwähnt wurden.	E+A M+D E+A

schul verlag plus

Impressum

ilz Interkantonale Lehrmittelzentrale

In Koordination mit der Interkantonalen Lehrmittelzentrale

Autor
Beat Wälti

Beratung
Werner Jundt
Annegret Nydegger

Projektleitung
Luzia Hungerbühler

Herstellung
Sandro Steffen

Grafische Konzeption und Gestaltung
raschle & partner GmbH, www.raschlepartner.ch

© 2018 Schulverlag plus AG
1. Auflage 2018

schulverlag plus

Schulverlag plus AG
Art.-Nr. 88896
ISBN 978-3-292-00859-6
www.mathe-bewertung.ch

FSC www.fsc.org MIX Papier aus verantwortungsvollen Quellen FSC® C003482

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages.

Als Besitzerin oder Besitzer dieses Buches sind Sie berechtigt, die geschützten Downloads herunterzuladen und diese in Ihrem Unterricht zu verwenden. Dazu müssen Sie beim Schulverlag ein Konto (Account) eröffnen und die Lizenznummer in der beigelegten Nutzungslizenz aus diesem neuen Konto (oder auf einem bereits bestehenden Konto) aktivieren. Informationen zur Accounteröffnung und Freischaltung von Lizenzen erhalten Sie unter: www.schulverlag.ch/faq.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Fördern, Beurteilen und Bewerten	5
Produkte im Mathematikunterricht	12

Themen

1	Symmetrien	Scherenschnitte	17
2	Zahlenraum	Zahlen auf der 1000er-Tafel	21
3	Zahlen aus Ziffern	Wer legt die nähere Zahl?	26
4	Geld	Wer legt die letzte Note?	30
5	Addieren und subtrahieren	Summe mit 9 Ziffernkarten	35
6	Multiplizieren	Rechenketten mit • und :	40
7	Längen und Flächen	Unser Sportplatz	45
8	Subtrahieren und addieren	Umkehrzahlen subtrahieren	49
9	Ornamente und Parkette	Kreismuster	54
10	Zahlenmuster	Rätselhafte Trios	59
11	Zeit	Tagesablauf	64
12	Multiplizieren und dividieren	Summen verschieben	68
13	Schätzen, runden, rechnen	Rechnungen bauen	73
14	Gewicht und Volumen	Messbecher herstellen	78
15	Proportionen	Um den Schulhausplatz	82
16	Pläne	Dorf bauen	87
17	Zahlen und Zahlrätsel	Würfeltrick	93
18	Zufall	Wetten, dass …	97
19	Anteile	Nim-Spiel mit Achteln	103
20	Dividieren	Mit Bruchteilen messen	108
21	Körper und Volumen	Körper herstellen und untersuchen	113

Geld

Zu Beginn liegen 15 Geldnoten auf einem Stapel. Ihr legt zu zweit abwechslungsweise eine der Geldnoten und addiert die Geldbeträge. Wer den Zielbetrag erreicht, gewinnt, wer ihn übertrifft, verliert das Spiel.

Aufgabenstellung

4 **Wer legt die letzte Note?**

●●●● **A**

Spielgeld für 2 Spielende:

– 3 Noten zu Fr. 10.– – 3 Noten zu Fr. 100.–
– 3 Noten zu Fr. 20.– – 3 Noten zu Fr. 200.–
– 3 Noten zu Fr. 50.–

Iwan nennt zuerst einen Zielbetrag.
Er beträgt höchstens 1000 Fr. und ist eine Zehnerzahl.
Kai bestimmt, wer die erste Geldnote legen darf.
Die beiden Spielenden legen abwechslungsweise eine Geldnote auf einen Stapel ab.
Der Geldbetrag auf dem Stapel wird laufend addiert.
Wer den Zielbetrag erreicht, gewinnt. Wer den Zielbetrag übertrifft, verliert.

Wer die Runde gewinnt, nennt den nächsten Zielbetrag.
Wer die Runde verliert, bestimmt, wer zuerst eine Geldnote ablegt.

Beispiel: Iwan nennt den Zielbetrag: 130 Fr. Kai entscheidet, dass er selbst beginnt.

Kai	Iwan	Geldbetrag auf dem Stapel
		50 Fr.
		100 Fr.
		110 Fr.
	Iwan gewinnt	**130 Fr.**

Spielt einige Spielrunden und protokolliert.

●●●● **B**

Bei welchen Zielbeträgen gewinnst du, wenn du die erste Geldnote legst?
Bei welchen Zielbeträgen ist es besser, wenn du nicht beginnst?

○○●● **C**

Was ändert, wenn von jeder Geldnote nur je zwei Stück zur Verfügung stehen?

○○●● **D**

Ergänzt das Spiel mit je 3 Münzen zu , zu und zu .

Nun kann der Zielbetrag eine beliebige Zahl zwischen 1 und 1000 sein.
Bei 31, bei 32 und bei 35 Fr. gewinnt bei klugem Spiel, wer beginnt. Ist das so?
Findet zu anderen Beträgen weitere Strategien (von jedem Geldstück gibt es nur 3).

aus MATHWELT 2:
Thema 4, Aufgabe 4
(Themenbuch 1, Seite 45)

Beurteilungskriterien

Kriterien für das 3. + 4. Schuljahr

3. Schuljahr	4. Schuljahr	Bezug zu Aufgabe (A, B, C), Kriterien	LP 21
		A1 Du spielst und protokollierst das Spiel.	*O+B* *M+D*
		A2 Wenn du gewinnen kannst, wählst du in der letzten Runde den richtigen Geldschein. Du achtest darauf, dass die Summe wenn möglich nicht grösser wird als der Zielbetrag.	*O+B*
		B1 Du findest mindestens zwei Beträge, bei denen du gewinnst, wenn deine Spielpartnerin oder dein Spielpartner beginnt.	*E+A*
		B2 Du findest mindestens einen Betrag, bei dem du gewinnst, wenn du beginnst (ausser 10.–, 20.–, 50.–, 100.–, 200.–).	*E+A*
		A3 Du untersuchst deine Spielprotokolle. Du findest ein Spiel, bei dem jemand eine andere Note hätte legen sollen, um zu gewinnen. Du zeigst, wie man hätte spielen sollen.	*E+A*
		C Du beschreibst zwei Punkte, die sich ändern, wenn von jeder Geldnote nur zwei Stück zur Verfügung stehen.	*E+A*

Kriterien für das 5. + 6. Schuljahr

5. Schuljahr	6. Schuljahr	Bezug zu Aufgabe (A, B, C, D), Kriterien	LP 21
		A1 Du spielst und protokollierst das Spiel korrekt.	*O+B* *M+D*
		B1 Du findest mindestens zwei Beträge, bei denen du gewinnst, wenn deine Spielpartnerin oder dein Spielpartner beginnt.	*E+A*
		B2 Du findest mindestens zwei Beträge, bei denen du im dritten oder fünften Zug gewinnst, wenn du beginnst.	*E+A*
		A2 Du untersuchst deine Spielprotokolle. Du findest zwei Spiele, bei dem jemand eine andere Note hätte legen sollen, um zu gewinnen. Du zeigst, wie man hätte spielen sollen.	*E+A*
		C Du beschreibst drei Punkte, die man beachten muss, wenn von jeder Geldnote nur zwei Stück zur Verfügung stehen.	*M+D*
		D Du beschreibst zum Spiel mit Münzen zu mindestens einem Betrag grösser als 20.– eine überzeugende Gewinnstrategie.	*M+D*

Ungenügend: Keine erfüllten Kriterien.
Genügend: Mindestens ein grünes Kriterium erfüllt. Arbeit auch im gelben Bereich.
Gut: Je ein erfülltes Kriterium im grünen und im gelben Bereich.
Sehr gut: Je ein erfülltes Kriterium im gelben und im blauen Bereich.
4. und 6. Schuljahr: Die zusammengefassten grünen Kriterien werden beide erwartet.

Einbettung

Lehrplan 21

		Kompetenzbereiche		
		Z+V	**F+R**	**GFD+Z**
Handlungsaspekte	*O+B*	MA.1.A.2 MA.1.A.3		MA.3.A.2
	E+A	MA.1.B.1 MA.1.B.3		
	M+D	MA.1.C.1		

MA.1.A.2 Flexibel zählen, Zahlen nach der Grösse ordnen und Ergebnisse überschlagen.

MA.1.A.3 Addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren und potenzieren.

MA.1.B.1 Zahl- und Operationsbeziehungen sowie Muster erforschen und Erkenntnisse austauschen.

MA.1.B.3 Hilfsmittel beim Erforschen arithmetischer Muster nutzen.

MA.1.C.1 Anzahlen, Zahlenfolgen und Terme veranschaulichen, beschreiben und verallgemeinern.

MA.3.A.2 Grössen schätzen, messen, umwandeln, runden und mit ihnen rechnen.

Zur Sache

Im Fokus: Addition, Geldbeträge, Geldnoten, protokollieren, Gewinnstrategien

Mit Geld umgehen zu können bzw. Geldbeträge ohne grosse kognitive Anstrengungen auszuzählen oder gar zu überschlagen gehört zu den grundlegenden Tätigkeiten, über die erwachsene Personen verfügen sollten. Das wird bei diesem Spiel geübt, wobei Beträge geschickt – im Stil eines Nim-Spiels – ausgezählt werden.

Lösungen

Da die einzelnen Spiele jeweils unterschiedlich verlaufen, sind untenstehend lediglich Lösungshinweise zu den Teilaufgaben aufgeführt.

A, B

Zu vielen Beträgen gibt es eindeutige Gewinnstrategien.

1.
Bei folgenden Beträgen gewinnt bei geschicktem Spiel die Person, die zuerst zieht:

40.– (10 + 10 + 20 oder 10 + 20 + 10)
70.– (drei Scheine bis 40, dann 20 + 10 oder 10 + 20 oder 10 + 50 + 10)
80.– (50 + 20 + 10 oder 50 + 10 + 20)
110.– (50 + 20 + 10 + 10 + 20 oder 50 + 50 + 10 oder 50 + 10 + 50)
130.– (100 + 10 + 20 oder 100 + 20 + 10)
230.– (200 + 10 + 20 oder 200 + 20 + 10)

2.
Bei folgenden Beträgen gewinnt bei geschicktem Spiel die Person, die als zweite zieht:

30.– (10 + 20 oder 20 + 10)
60.– (2 • 30)
90.– (dreimal 30 oder 50 + 10 + 20 + 10 oder 50 + 10 + 10 + 20).
120.– (mit dem zweiten Schein kann Kind B den Restbetrag auf 90 oder 60 reduzieren)

C

Wenn je Notenwert nur zwei Noten zur Verfügung stehen, ändert sich Folgendes:

- Die Gewinnstrategie zu einigen Beträgen, z. B. zu 120 Franken: Ich beginne mit 10, wenn der Partner 10 oder 100 zieht, gewinne ich im nächsten Zug. Er nimmt daher 20 oder 50. Es sind 90 oder 60 Fr. übrig. Bei 90.– kann nicht mit der Taktik gespielt werden, dass dreimal eine 20 und 3 • 10 gespielt werden kann.
- Es werden schneller grössere Noten gezogen.
- Das Spiel dauert oft weniger lang.
- Man kann weniger oft mit der passenden Note abschliessen.
- (z. B. 100 Fr.: 10.– + 50.– + 10.– + 20.– = 90.–. Das Spiel kann nicht mit 10.– abgeschlossen werden.
- Insgesamt stehen nur noch 720 Fr. zur Verfügung. Es kann nicht mehr jeder Betrag erreicht werden.
- Die Spieltaktik ändert sich, wie das Beispiel zu 100 Fr. zeigt.

D

Bei 31, 32 und 35 gewinne ich, weil ich zuerst 1, 2 oder 5 Franken ziehen kann. Es bleiben 30 Franken zu legen. Wenn die Spielpartnerin oder der Spielpartner 10 oder 20 Franken zieht, kann ich mit 20 oder 10 Franken ergänzen. Wenn Münzen gezogen werden, kann ich jeweils so ergänzen, dass ich dennoch gewinne.

Unten stehen vier mögliche Spielprotokolle zu 32 Franken. Es kann allerdings nicht erwartet werden, dass Lernende alle Möglichkeiten durchdenken.

A	B	**Total**	A	B	**Total**	A	B	**Total**	A	B	**Total**
2		**2**	2		**2**	2		**2**	2		**2**
	10	**12**		1	**3**		5	**7**		2	**4**
20		**32**	2		**5**	2		**9**	2		**6**
				1	**6**		10	**19**		10	**16**
			1		**7**	1		**20**	10		**26**
				5	**12**		1	**21**		1	**27**
			5		**17**	5		**26**	**5**		**32**
				2	**19**		5	**31**			
			5		**24**	1		**32**			
			B muss eine Note ziehen								

Dementsprechend gewinnt, wer das Spiel bei den Zielbeträgen 61, 62 oder 65 Franken beginnt.

Bei 33, 36, 39, 63, 66, 69, 93, 96, 99 Franken gewinnt bei geschicktem Spiel, wer als zweites zieht. Mit einer geraden Anzahl Züge kann jeweils der Zehnerbetrag, mit einer ebenso geraden Anzahl Züge der Einerbetrag gelegt werden.

Allerdings kann die Spielpartnerin oder der Spielpartner bei all diesen Beträgen einen Strich durch die Rechnung machen und zuerst 5 Fr. legen. In diesem Fall antworte ich mit 2 Fr. und kann erneut gewinnen.

Das Spiel wird mit Einbezug von Münzen wesentlich komplexer.

Umsetzung

Voraussetzungen

Stellenwertsystem kennen, mit der Stellentafel arbeiten
Darstellen von Summen und Differenzen auf dem Rechenstrich

Zeitbedarf

1–2 Lektionen

Sozialform

In einem ersten Umgang arbeiten die Lernenden in Gruppen zu zweit (siehe «Inszenierung»). Diese Phase wird nicht bewertet. Falls die Aufgabe bewertet wird, werden die Kriterien nach einigen Spielrunden erläutert. Die meisten Lernenden haben dann das erste Kriterium (spielen und protokollieren) bereits erfüllt.

Material

Evtl. Spielgeld jeweils für zwei SuS:
- drei Scheine zu 10.–
- drei Scheine zu 20.–
- drei Scheine zu 50.–
- drei Scheine zu 100.–
- drei Scheine zu 200.–

Inszenierung

Zwei Lernende setzen sich an einen Tisch. Das ältere Kind (bzw. in späteren Runden die Person, die die letzte Runde gewonnen hat) nennt einen beliebigen 10er-Betrag zwischen 30.– und 800.– Fr., das jüngere Kind (bzw. in späteren Runden, wer die letzte Runde verloren hat) bestimmt, wer beginnt.

Die SuS legen nun abwechselnd einen der vorhandenen Geldscheine auf den Stapel, bis der Betrag erreicht ist, dabei wird die vorhandene Summe laufend addiert.

Wird der Zielbetrag übertroffen, verliert das Kind, das den letzten Schein genommen hat. (Beispiel Spielziel 100 Fr.:
20 + 20 + 20 + 10 + 10 + 10 alle 10er- und 20er-Noten sind aufgebraucht. Mit dem nächsten Zug liegen daher mehr als 100 Franken auf dem Tisch).

Beispiel: Der Betrag 130 Fr. wird bestimmt.
A will beginnen und legt als erstes 50.–.
B legt ebenfalls 50.–, worauf A 10.– und B 20.– legt.
B gewinnt damit das Spiel.

Das entsprechende Spielprotokoll sieht wie folgt aus:
Zielbetrag: 130.–
A: 50.–
B: 50.– + 50 = 100.–
A: 100.– + 10.– = 110.–
B: 110.– + 20.– = 130.–
B gewinnt

B hat gewonnen. In der nächsten Runde nennt B den Betrag, A entscheidet, wer beginnt.

Bevor die Lernenden einige Runden spielen, werden die Regeln nochmals erklärt. Sie werden ermutigt nachzufragen. Es ist wichtig, dass die Lernenden jede Spielrunde protokollieren.

Nach einigen Spielrunden werden die Kriterien zur Bewertung bekannt gegeben und die Lernenden bearbeiten eigenständig die Aufgaben **C** und **D**. Für Lernende des 5. und 6. Schuljahrs kann das Spiel von Anfang an zusätzlich mit Geldstücken zu 5, 2 und 1 Fr. gespielt werden.

Für die Einzelarbeit erhalten alle Lernenden das Original oder eine Kopie ihrer Spielprotokolle.

Umgang mit den Produkten

Die SuS erhalten ihr Produkt mit den bewerteten Kriterien zurück. Die Kriterien sind jeweils mehrheitlich oder ganz erfüllt.

Nun werden einige Produkte der Lernenden und einige Einsichten im Klassenverband ausgetauscht.

Einige SuS können nun evtl. zeigen, dass sie halb erfüllte Kriterien eigentlich ohne Weiteres auch ganz erfüllen können.

Evtl. sitzen die ursprünglichen Spielteams nochmals zusammen. Sie spielen mit den neuen Erkenntnissen nochmals zwei Spielrunden und diskutieren ihre Erkenntnisse und ihre Arbeit.

Addieren und subtrahieren

Du addierst drei 3-stellige Zahlen und untersuchst, was geschieht, wenn einzelne Ziffern vertauscht werden. Du versuchst, mit 9 Ziffern die Summe 999 zu erreichen.

Aufgabenstellung

4 **Summe mit 9 Ziffernkarten**

●●●● **A**

1 2

Bildet mit den Ziffernkarten 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 drei dreistellige Zahlen.

Addiert sie schriftlich oder halbschriftlich.

$$\begin{array}{r} 369 \\ +\ 281 \\ +\ 457 \\ \hline 1107 \end{array}$$

(Überträge: 1 2 1)

●●○○ **B**

Legt die Ziffernkarten so, dass die Summe möglichst gross ist.

Legt die Ziffernkarten so, dass die Summe möglichst klein ist.

●●●● **C**

Legt die Ziffernkarten so, dass die Summe 999 ergibt.

○○○● **D**

Auf wie viele Arten lässt sich 999 erreichen?

○○●● **E**

Welche Summen zwischen 950 und 1050 sind möglich?

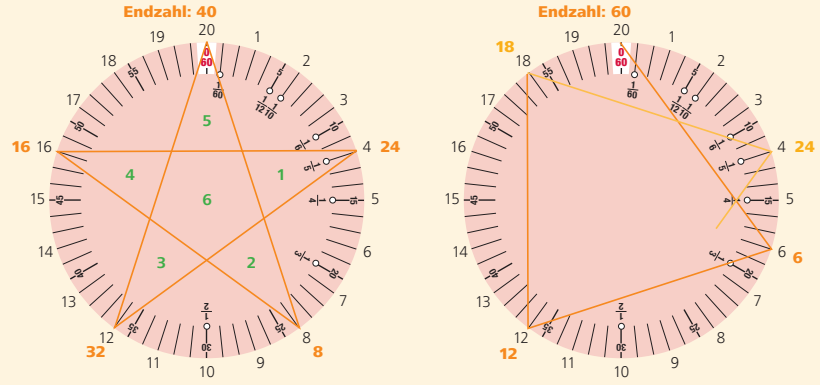
aus MATHWELT 2:
Thema 5, Aufgabe 4
(Themenbuch 1, Seite 57)

Ornamente und Parkette

Du zeichnest in einen Kreis Figuren. Sie bestehen aus Sehnen im Kreis, die alle gleich lang sind.
Du veränderst die Länge der Sehnen und beobachtest, wie sich die Figuren verändern.

Aufgabenstellung

4 **Kreismuster**



●●●● **A**

9.2

Zeichnet im 20er-Kreis Figuren mit immer dem gleichen Abstand.
Mit Abstand 8 entsteht so ein Stern mit den Ecken 8, 16, 24, 32, 40.

Erklärt einander die Zahlen in der Tabelle.

Zeichnet weitere Figuren und ergänzt die Tabelle.

Beschreibt, was ihr entdeckt.

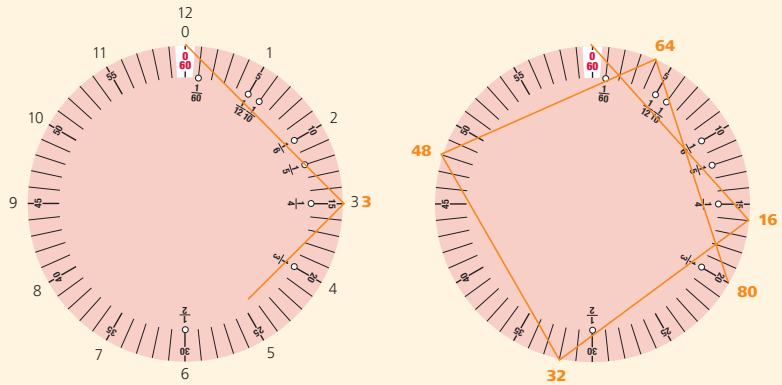
Kreis	Abstand	Figur	Endzahl	Umgänge	Ecken	Teilflächen
20	8	5er-Stern	40	2	5	6
20	6					

○○●● **B**

9.2

Zeichnet solche Figuren in den 12er-, in den 60er- oder in den 100er-Kreis.

Tragt die Zahlen zu den Figuren in der Tabelle der Kopiervorlage ein.
Welche Zusammenhänge entdeckt ihr?



aus MATHWELT 2:
Thema 9, Aufgabe 4
(Themenbuch 1, Seite 105)

Beurteilungskriterien

Kriterien für das 3. + 4. Schuljahr

3. Schuljahr	4. Schuljahr	Bezug zu Aufgabe (A, B), Kriterien	LP 21
		A1 Du zeichnest mehrere regelmässige Figuren im Kreis.	*O+B* *M+D*
		A2 Du führst die Tabelle zu mindestens zwei Figuren richtig weiter.	*E+A*
		A3 Du schreibst zu mehr als einer Figur die passenden Zahlen in die Ecken (wie beim ersten Beispiel 8, 16, 24, 32, 40).	*M+D*
		A4 Du beschreibst, wie die Endzahl zustande kommt.	*E+A*
		B1 Du untersuchst Kreise mit verschiedenen Einteilungen und schreibst eine Gemeinsamkeit und einen Unterschied auf.	*E+A* *M+D*
		B2 Du beschreibst zusätzlich zwei Entdeckungen, die in den Kriterien oben nicht erwähnt wurden.	*E+A*

Kriterien für das 5. + 6. Schuljahr

5. Schuljahr	6. Schuljahr	Bezug zu Aufgabe (A, B), Kriterien	LP 21
		A1 Du zeichnest mehrere regelmässige Figuren im Kreis. Du beschreibst die Muster, die entstehen.	*O+B* *M+D*
		A2 Du führst die Tabelle zu mindestens drei Figuren richtig weiter.	*E+A*
		B1 Du zeichnest gleiche Figuren in mindestens zwei verschiedenen Kreiseinteilungen (z. B. 20er und 60er) und beschriftest die Zahlen in den Ecken.	*M+D*
		B2 Du beantwortest mindestens zwei der folgenden Fragen korrekt: – Wann ergeben sich Vielecke, wann Sterne? – Wie viele Ecken werden getroffen? – Wie gross ist die Endzahl? – Wann werden sicher alle auf dem Kreis eingezeichneten Punkte getroffen? – Können zwei Figuren gleich sein, auch wenn die Kreiseinteilung verschieden ist?	*M+D*
		B3 Du beantwortest mindestens vier der Fragen aus den Kriterien zu **B2** korrekt:	*E+A*
		B4 Du findest heraus, wie man die Anzahl Teilflächen im Innern eines Sterns berechnen kann (du kannst dies auch anhand eines Beispiels konkret beschreiben, z. B. 20er-Kreis, Sehnenlänge 6).	*E+A*
		B5 Du zeigst, wie man mit der Kreiseinteilung und dem Abstand die Endzahl, die Anzahl Umgänge und die Anzahl Ecken berechnet.	*E+A*

Ungenügend: Keine erfüllten Kriterien.

Genügend: Mindestens ein grünes Kriterium erfüllt. Arbeit auch im gelben Bereich.

Gut: Je ein erfülltes Kriterium im grünen und im gelben Bereich.

Sehr gut: Je ein erfülltes Kriterium im gelben und im blauen Bereich.

4. und 6. Schuljahr: Die zusammengefassten grünen Kriterien werden beide erwartet.

Einbettung

Lehrplan 21

		Kompetenzbereiche		
		Z+V	**F+R**	**GFD+Z**
Handlungsaspekte	*O+B*			
	E+A	MA.1.B.1	MA.2.B.2	
	M+D		MA.2.C.2	

MA.1.B.1 Zahl- und Operationsbeziehungen sowie Muster erforschen und Erkenntnisse austauschen.

MA.2.B.2 Aussagen und Formeln zu geometrischen Beziehungen überprüfen, mit Beispielen belegen und begründen.

MA.2.C.2 Falten, skizzieren, zeichnen und konstruieren sowie Darstellungen zur ebenen Geometrie austauschen und überprüfen.

Zur Sache

Im Fokus: Kreismuster, Polygone, Sternfiguren, das kleine Einmaleins, Teiler, Vielfache, ggT (grösster gemeinsamer Teiler), kgV (kleinstes gemeinsames Vielfaches), genaues Arbeiten, systematisches Auszählen

In Kreisen mit regelmässiger Einteilung ergeben sich regelmässige Figuren, wenn alle Sehnen im Kreis gleich lang sind und eine Sehne jeweils im Endpunkt ihrer Vorgängerin beginnt.

Wird wie beim zweiten Beispiel in der Aufgabenstellung die Sehnenlänge 6 gewählt, entsteht ein Endlosstern mit den Zahlen der 6er-Reihe: 0 (20) – 6 – 12 – 18 – 24 (4) – 30 (10) – 36 (16) – 42 (2) – 48 (8) – 54 (14) – 60 (20). Solchen Zahl- und Kreismustern soll unser Hauptaugenmerk gelten. Die unten stehende Tabelle zeigt eine Übersicht zu Sehnenlängen im 20er-Kreis.

Abstand auf dem Kreis (Sehnenlänge)	**Verbundene Ecken**	**Form**	**Umgänge**	**Teilflächen**	**Anzahl Sehnen**
1	alle 20	20-Eck	1	0	20
2	10	10-Eck	1	0	10
3	alle 20	Endlosstern	3	40	20
4	5	5-Eck	1	0	5
5	4	Quadrat	1	0	4
6	10	Endlosstern	3	20	10
7	alle 20	Endlosstern	7	120	20
8	5	Endlosstern	2	10	5
9	alle 20	Endlosstern	9	160	20
10	2	Sehne	nein	–	2
11	symmetrisch zu Endlosstern Sehnenlänge 9				
12	symmetrisch zu Endlosstern Sehnenlänge 8				

Die Beschäftigung mit der Lernumgebung öffnet ein weites Feld für Entdeckungen. So gilt unter anderem:

- bei Kreisabständen, die zu 20 teilerfremd sind (3, 6, 7, 8, 9), werden alle Kreispunkte getroffen, dadurch entstehen Endlossterne mit 20 Ecken
- bei Kreisabständen, die zu 20 nicht teilerfremd sind, werden nicht alle Ecken getroffen. Die Anzahl Ecken der Kreisfigur berechnet sich wie folgt: 20 : ggT(20, Kreisabstand). Beispiel: Bei der Sehnenlänge 8 wird von den 20 Ecken nur jede vierte getroffen, insgesamt also 5 Ecken
- die Anzahl Teilflächen, die innerhalb eines Sterns oder eines Vielecks entstehen, können wie folgt berechnet werden: (Umgänge – 1) • (Verbundene Ecken) + 1
- Regelmässige Polygone entstehen genau dann, wenn der Kreisabstand ein Teiler der Anzahl Kreispunkte ist. Im Kreis mit der 20er-Einteilung entstehen so Quadrate (Kreisabstand 5), Fünfecke (4), Zehnecke (2) sowie der Durchmesser (10)

- Allgemein gilt für einen Kreis mit einer k-Einteilung und dem Kreisabstand n:
- verbundene Ecken: z : (ggT (k, n)
- Umgänge: n : (ggT (k,n)
- Anzahl Sehnen = Anzahl Ecken
- Teilflächen: (Umgang – 1) • Anzahl Ecken
- gleiches Ergebnis: im Kreis mit der Einteilung x • k und der Sehnenlänge x • n
- Solche arithmetischen Zusammenhänge werden nur wenige Lernende allgemein formulieren können. Experimentieren, Untersuchen, Beobachten und Beschreiben von Vorgängen, Kreismustern und Zusammenhängen sind Aktivitäten und zugleich allgemeine Lernziele, die bei dieser Lernumgebung im Vordergrund stehen. Das Zeichnen von Sehnen in Kreisen führt zu geometrischen Mustern, die sich quantitativ beschreiben lassen.

Lösungen

A, B
Individuelle Lösungen, siehe «zur Sache»

Umsetzung

Voraussetzungen

Kleines Einmaleins bzw. Zählen in Schritten, Zeichnen von Linien

Zeitbedarf

2 Lektionen

Sozialform

Wenn die Produkte nicht bewertet werden, empfiehlt es sich, in Lerntandems zu arbeiten. Falls die Arbeit bewertet wird, arbeiten die Lernenden nach der Klärungsphase selbsttätig.

Material

- Lineal
- Kopiervorlage 9.2, Kreismuster

Inszenierung

Die Inszenierung ist nicht aufwendig. Die Figur mit Kreiseinteilung 20 und Kreisabstand 8 wird an die Wandtafel gezeichnet oder projiziert. Die wesentlichen Fragestellungen werden anhand dieser Figur besprochen:

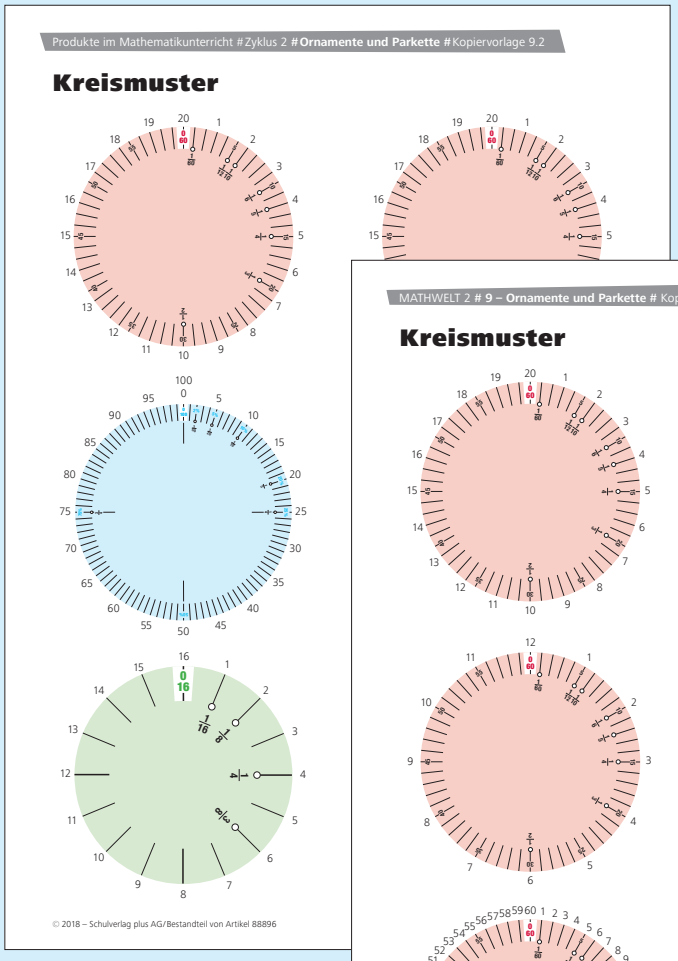
- Wie gross ist die Endzahl, wenn fortlaufend nummeriert wird: 8, 16, 24, 32, 40?
- Weshalb ergibt sich ein Stern?
- Wie viele Umgänge weist die Figur auf?
- Wie viele Ecken hat die Figur?
- Wie viele Teilflächen hat die Figur?

Die Lernenden erhalten nun die Kopiervorlage und die Aufgabe. Sie zeichnen eigene Figuren, beschreiben diese und erforschen Zusammenhänge. Falls die Produkte nicht bewertet werden, ist nach 15 Minuten eine Austauschrunde zu zwei bis vier Schülerinnen und Schülern vorzusehen.

Umgang mit den Produkten

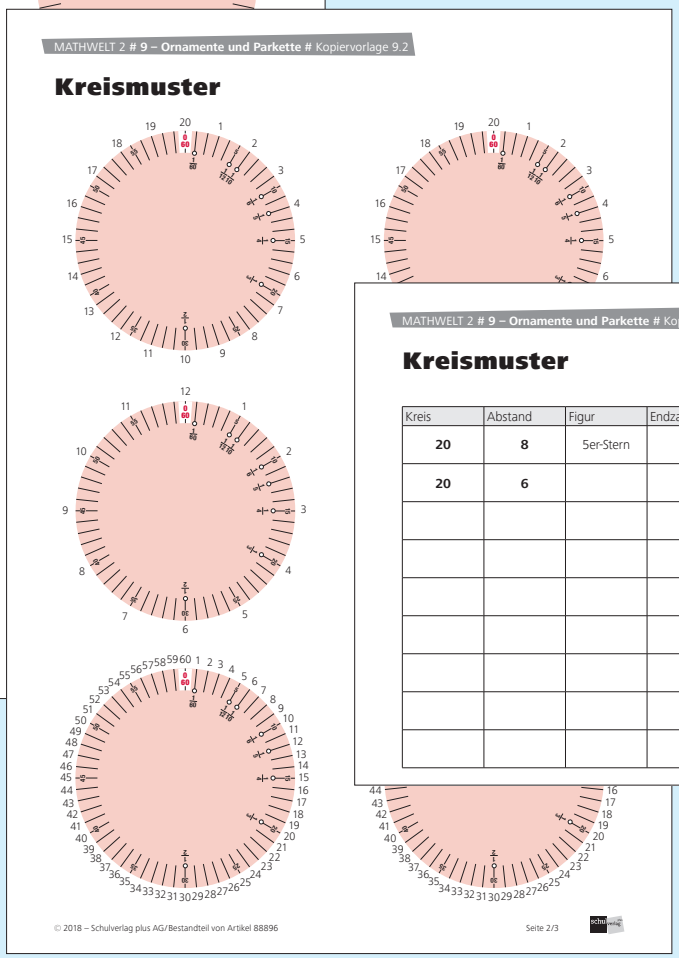
Die SuS erhalten ihr Produkt mit den bewerteten Kriterien zurück. Die Kriterien sind jeweils mehrheitlich oder ganz erfüllt.

Die Lernenden studieren zuerst ihre Produkte individuell und tauschen dann ihre Erkenntnisse in Gruppen aus. Diese werden gemeinsam auf einem Plakat festgehalten. Zwei bis drei Gruppen stellen dann ihre Erkenntnisse im Plenum vor.


Produkte im Mathematikunterricht # Zyklus 2 # **Ornamente und Parkette** # Kopiervorlage 9.2

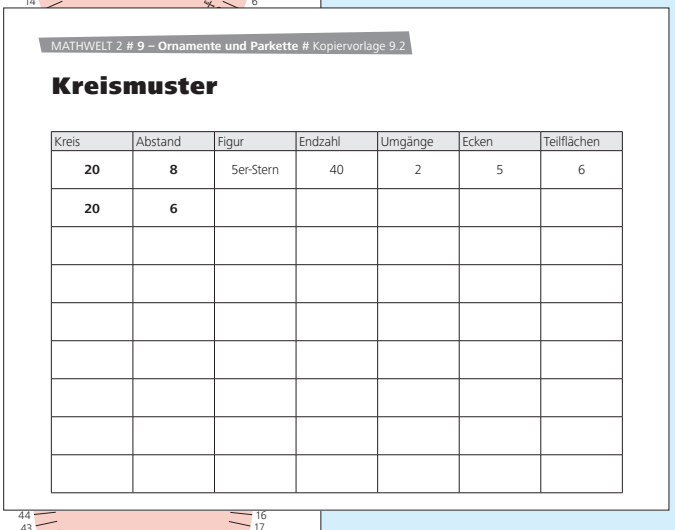
Kreismuster

© 2018 – Schulverlag plus AG/Bestandteil von Artikel 88896


MATHWELT 2 # **9 – Ornamente und Parkette** # Kopiervorlage 9.2

Kreismuster

© 2018 – Schulverlag plus AG/Bestandteil von Artikel 88896


MATHWELT 2 # **9 – Ornamente und Parkette** # Kopiervorlage 9.2

Kreismuster

Kreis	Abstand	Figur	Endzahl	Umgänge	Ecken	Teilflächen
20	**8**	5er-Stern	40	2	5	6
20	**6**					

Anteile

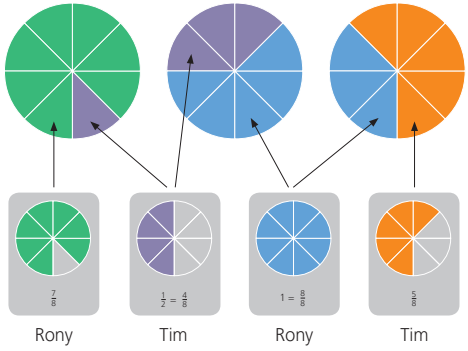
Du ziehst bei diesem Spiel mit jemandem zusammen abwechslungsweise einen Bruch und färbst den entsprechenden Anteil in den Kreisen an. Wer zuletzt färbt, gewinnt. Du stellst das Spiel verschieden dar und suchst nach Gewinnstrategien.

Aufgabenstellung

3 **Nim-Spiel mit Achteln**

Es stehen drei Kreise mit Achtelstücken sowie acht Spielkärtchen ($\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, … 1) zur Verfügung. Tim und Rony ziehen nun abwechselnd Kärtchen. Die Kreise werden entsprechend der gezogenen Zahlkarten nach und nach angefärbt. Wer zuletzt zieht und seine Achtelstücke einfärben kann, gewinnt. Im Beispiel unten gewinnt Tim.

Kreisprotokoll



Rechenprotokoll

Rony: $\frac{7}{8}$

Tim: $\frac{7}{8} + \frac{1}{2} = 1\frac{3}{8}$

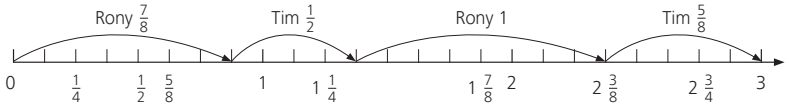
Rony: $1\frac{3}{8} + 1 = 2\frac{3}{8}$

Tim: $2\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = 3$

Tim gewinnt.

Liegen gebliebene Kärtchen:

Zahlenstrahl



●●●● **A**

19.2 Spielt mit den Kärtchen und dem Kreisprotokoll.

○○●● **B**

19.2 Spielt das Spiel und protokolliert mit dem Zahlenstrahl.

○○●● **C**

19.2 Spielt das Spiel mit dem Zahlenstrahl (siehe Abbildung) und protokolliert die Rechnungen.

○○○● **D**

19.2 Rechnet mit Zwölfteln anstatt mit Achteln. Zeichnet den Zahlenstrahl und bestimmt die Spielregeln. Spielt nach euren Regeln.

○○○✪ **E**

19.2 Wenn die gleiche Zahl mehrere Male gezogen werden darf, gibt es einen Trick, mit dem man immer gewinnt. Wie funktioniert der Trick?

aus MATHWELT 2:
Thema 19, Aufgabe 3
(Themenbuch 2, Seite 90)

Beurteilungskriterien

Kriterien für das 3. + 4. Schuljahr

3. Schuljahr	4. Schuljahr	Bezug zu Aufgabe (A, B, D), Kriterien	LP 21
		A1 Du hast das Spiel mit jemandem nach den Regeln gespielt.	*O+B*
		A2 Du protokollierst mit den drei Kreisen und zeigst auf, wie gespielt wurde.	*M+D*
		A3 Du beschreibst deine Spieltaktik. Wie ziehst du und warum?	*E+A*
		B1 Du stellst ein Spiel selbständig auf dem Zahlenstrahl dar. Du kannst den Zahlenstrahl auf der Kopiervorlage benutzen.	*M+D*
		B2 Du stellst ein Spiel auf einem Zahlenstrahl dar. Du zeichnest den Zahlenstrahl selbst. Die Brüche müssen nicht gekürzt sein.	*M+D*
		D Du zeichnest vier Kreise mit zwölf gleich grossen Stücken und bestimmst die entsprechenden Spielregeln. Du stellst ein mögliches Spielprotokoll dar. Du zeigst, welche Anteile gebraucht wurden.	*O+B* *M+D*

Kriterien für das 5. + 6. Schuljahr

5. Schuljahr	6. Schuljahr	Bezug zu Aufgabe (A, B, C, D, E), Kriterien	LP 21
		A1 Du hast das Spiel mit jemandem nach den Regeln gespielt und protokolliert (im Kreismodell oder am Zahlenstrahl).	*O+B*
		A2 Du überträgst ein Kreisprotokoll auf den Zahlenstrahl oder in ein Rechenprotokoll.	*M+D*
		A3 Du beschreibst und begründest einen geschickten und einen ungeschickten Spielzug. Du darfst dazu dein Protokoll benutzen.	*E+A*
		D Du spielst das Spiel mit Zwölfteln nach eigenen Spielregeln auf dem Zahlenstrahl und/oder mit einem Rechenprotokoll.	*M+D* *O+B*
		BD Du stellst das Spiel auf einem Zahlenstrahl dar. Deine Brüche sind gekürzt.	*M+D*
		CD Du schreibst ein reines Rechenprotokoll mit gekürzten Brüchen zum Spiel mit Achteln oder Zwölfteln.	*O+B*
		E Nun dürfen die einzelnen Anteile ($\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, …) mehrere Male verwendet werden. Du beschreibst eine Gewinnstrategie zum Spiel mit Achteln oder Zwölfteln, mit der du immer gewinnst.	*E+A*

Ungenügend: Keine erfüllten Kriterien.
Genügend: Mindestens ein grünes Kriterium erfüllt. Arbeit auch im gelben Bereich.
Gut: Je ein erfülltes Kriterium im grünen und im gelben Bereich.
Sehr gut: Je ein erfülltes Kriterium im gelben und im blauen Bereich.
6. Schuljahr: Die zusammengefassten grünen Kriterien werden beide erwartet.

Einbettung

Lehrplan 21

		Kompetenzbereiche		
		Z+V	**F+R**	**GFD+Z**
Handlungsaspekte	*O+B*	MA.1.A.1 MA.1.A.2		
	E+A	MA.1.B.1		
	M+D	MA.1.C.1		

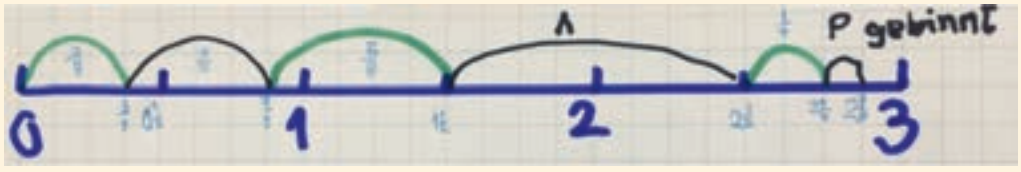
MA.1.A.1	Begriffe und Symbole verstehen und verwenden, Zahlen lesen und schreiben.
MA.1.A.2	Addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren und potenzieren.
MA.1.B.1	Zahl- und Operationsbeziehungen sowie Muster erforschen und Erkenntnisse austauschen.
MA.1.C.1	Rechenwege darstellen, beschreiben, austauschen und nachvollziehen.

Zur Sache

Brüche treten im Alltag vielerorts – oft auch unbemerkt – auf. Schon kleine Kinder hantieren mit Kuchenstücken, Anteilen von Esswaren, halbieren Äpfel oder verteilen Spielsachen.
Die Spielkarten mit den Anteilen $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, … , 1 sind einfach zu verstehen.
Es befindet sich eine Anzahl Stücke (Achtel) auf den Spielkarten, die sich zählen lassen:
1 Stück, 2 Stücke, 3 Stücke, … .
Da jedes Stück gleich gross ist, nämlich $\frac{1}{8}$ des Kuchens, können wir auch $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, … zählen.
Ob die Lernenden bereits wissen, dass $\frac{2}{8}$ gleich gross ist wie $\frac{1}{4}$, spielt keine Rolle.

Vorerst geht es darum, mit den vorgegebenen Stücken drei Kreise/Kuchen zu füllen, indem abwechselnd eine Anzahl Stücke – mit oder ohne Ziehen des Kärtchens – gefärbt wird.

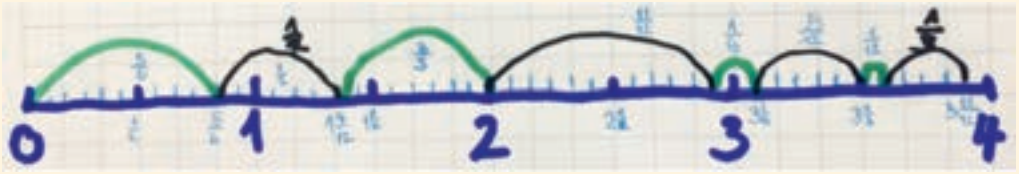
Im abgebildeten Spielprotokoll konnte der dritte «Kuchen» nicht gefüllt werden, da $\frac{1}{8}$ der letzte Zug von Spieler P war. P gewinnt, da nur noch $\frac{3}{4}$ und $\frac{7}{8}$ übrig bleiben, es bleibt aber nur noch $\frac{1}{8}$ Kuchen übrig.



Der gleiche Spielverlauf lässt sich klarer mit einem Protokoll auf dem Zahlenstrahl darstellen, was allerdings bereits einer erhöhten Anforderung entspricht. Im abgebildeten Beispiel haben die beiden Lernenden aus dem 5. Schuljahr den Zahlenstrahl selbst gezeichnet und die Brüche gekürzt dargestellt – eine weitere Rampe.

Wie in der Aufgabenstellung dargestellt, kann das Spiel auch nur mit einem Rechenprotokoll – oder einer Kombination von zwei verschiedenen Protokollarten – ausgeführt werden.

Selbstverständlich lässt sich das Spiel adaptieren. Am besten eignet sich dafür eine andere gängige «Kuchenstückgrösse», der Zwölftel. Weil 12 ein Vielfaches von 2, 3, 4 und 6 ist, lassen sich Brüche mit dem Nenner 12 oft kürzen, was zur Reihe $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{12}$ und 1 führt. Die Lernenden werden bei dieser Erweiterung aufgefordert, eine neue Zielzahl zu nennen und das Spiel mit möglichst gekürzten Brüchen mit dem Rechenprotokoll oder mit dem Rechenstrichprotokoll darzustellen.



Die beiden Lernenden (5. Schuljahr) sind der Anforderung gerecht geworden – der noch nicht gekürzte Bruch $1\frac{4}{12}$ auf dem Zahlenstrahl kann problemlos toleriert werden.

Zur Stütze haben die beiden Lernenden noch eine Liste mit den zur Verfügung stehenden Brüchen notiert, aus der abwechslungsweise ein Bruch gestrichen wurde.

Lösungen

A, B, C, D
Individuelle Lösungen

E
Zur Gewinnstrategie: Falls die Brüche, wie in der Aufgabe angeregt, nur einmal verwendet werden dürfen, lässt sich keine sichere Gewinnstrategie bestimmen. Falls die Anteile jedoch mehrere Male gespielt werden dürfen, gewinnt mit einer optimalen Strategie immer, wer zuerst zieht.

Mit Achteln und der Zielzahl 3 lauten die Gewinnzahlen

$\frac{3}{4}$ + Anteil B … $1\frac{7}{8}$ + Anteil B … 3

Mit Zwölfteln und der Zielzahl 4 lauten die Gewinnzahlen

$\frac{3}{4}$ + Anteil B … $1\frac{5}{6}$ + Anteil B … $2\frac{11}{12}$ + Anteil B … 4

Umsetzung

Voraussetzungen

Zahlen (Brüche) zwischen 0 und 1 kennen (wissen was $\frac{1}{8}$ ist)
Sicher im 100er-Raum addieren
Additionen auf dem Zahlenstrahl bzw. Rechenstrich darstellen

Zeitbedarf

2 Lektionen

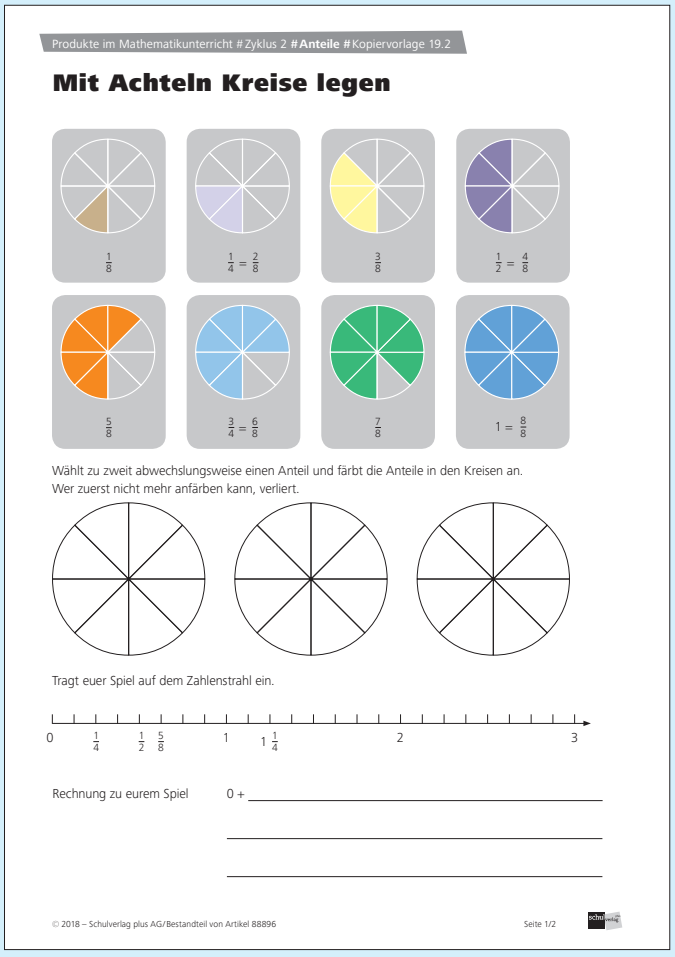
Sozialform

Zu Beginn Partnerarbeit, dann Einzelarbeit.

Falls der Anlass nicht bewertet wird, durchgehend Partner- oder Gruppenarbeit

Material

- Kopiervorlage 19.2, evtl. Spielkärtchen vorbereiten
- Farbstifte
- evtl. Zahlenstrahl vorbereiten



Produkte im Mathematikunterricht #Zyklus 2 #**Anteile** #Kopiervorlage 19.2

Mit Achteln Kreise legen

$\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$

$\frac{5}{8}$ | $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ | $\frac{7}{8}$ | $1 = \frac{8}{8}$

Wählt zu zweit abwechslungsweise einen Anteil und färbt die Anteile in den Kreisen an.
Wer zuerst nicht mehr anfärben kann, verliert.

Tragt euer Spiel auf dem Zahlenstrahl ein.

0 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{8}$ 1 $1\frac{1}{4}$ 2 3

Rechnung zu eurem Spiel 0 + _____

© 2018 – Schulverlag plus AG/Bestandteil von Artikel 88896

Inszenierung

Je nach Vorkenntnissen der Lernenden erhält jede Spielgruppe die acht Spielkärtchen. Diese lassen sich mit der Kopiervorlage herstellen.

Zu Beginn spielen zwei Lernende ein Spiel, in dem sie aufgefordert werden, abwechslungsweise einen der Anteile zu wählen. Die Lehrperson markiert die beiden Anteile für alle sichtbar an der Wandtafel im Kuchenprotokoll und gibt dann das Spielziel bekannt. Die beiden Lernenden spielen weiter, bis ein Anteil nicht mehr vollständig gespielt werden kann. Es gewinnt, wem der letzte vollständige Zug gelingt.

Das gleiche Spiel wird nun auf den Zahlenstrahl übertragen, den die Lehrperson an der Wandtafel vorbereitet hat. Ebenso wird das gleiche Spiel gemeinsam in ein Rechenprotokoll übertragen.

Nun spielen die Lernenden nach Möglichkeit zwei bis drei Spiele zu zweit oder zu dritt (in diesem Fall protokolliert jemand, die beiden anderen spielen gegeneinander). Dabei sollen die Lernenden nach Möglichkeit bzw. nach einer bis zwei Spielrunden …

- auf die Kärtchen verzichten und direkt mit dem Kreisprotokoll spielen.
- das Kreisprotokoll auf den Zahlenstrahl übertragen.
- nur mit dem Zahlenstrahl spielen.
- die Brüche kürzen, die Zwischenergebnisse auf dem Zahlenstrahl ebenso gekürzt festhalten.
- ein Rechenprotokoll erstellen.
- mit Zwölfteln spielen und dazu einen Zahlenstrahl (mit oder ohne Hilfe) zeichnen.
- eine Gewinnstrategie finden, wenn die Brüche mehrere Male gespielt werden dürfen.

Es ist wichtig, dass die Lernenden vorerst zwei bis drei Runden spielen und sich über Strategien austauschen. Ebenso sollen sie nach Möglichkeit ein Spiel auf dem Zahlenstrahl oder gar mit dem Rechenprotokoll darstellen.

Falls die Aufgabe bewertet wird, werden nach zwei oder drei Runden gemeinsam erste Erkenntnisse ausgetauscht:

- Kennt jemand eine Strategie, wie man gewinnt?
- Kann jemand sein Protokoll mit dem Zahlenstrahl zeigen?
- 5+6 Sj: Lassen sich die Brüche auf dem Zahlenstrahl kürzen?
- 5+6 Sj: Wie würde das entsprechende Rechenprotokoll aussehen?

Nun werden die Möglichkeiten der Weiterarbeit sowie die Bewertungskriterien geklärt.

Je nach Bewertungskonzept arbeiten die Lernenden nun allein oder zu zweit an der Aufgabe weiter. Falls zu zweit gearbeitet wird, wird die Leistung der Lerngruppe bewertet. Die Kriterien werden geklärt, nach ca. $\frac{1}{2}$ h Arbeit werden die Produkte eingesammelt und bewertet.

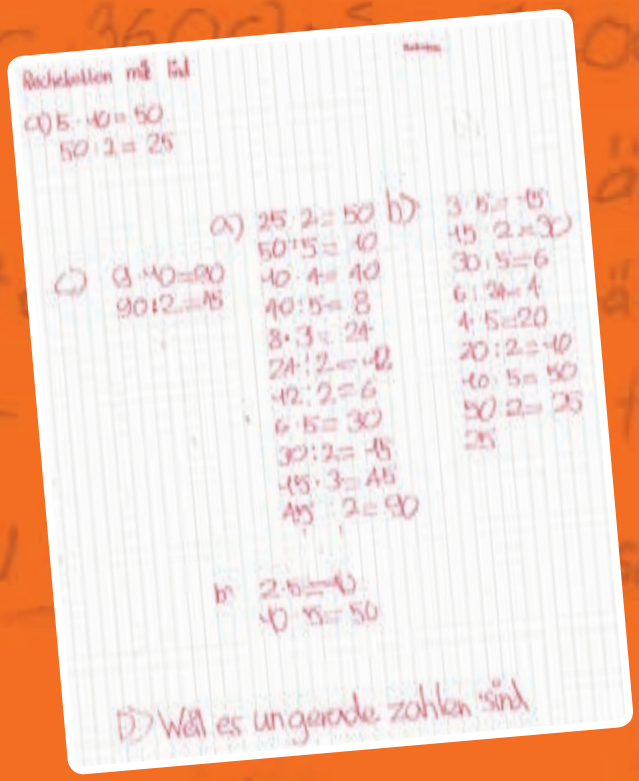
Umgang mit den Produkten

Nach der Durchführung können die Lernenden gefragt werden, ob jemand entdeckt hat, wie das Spiel gewonnen werden kann. Lernende, die sich dies zutrauen, können vor der Klasse gegen die Lehrperson spielen. Die Lernenden dürfen aber in diesem Fall bestimmen, wer den ersten Zug macht.

Eine verlässliche Gewinnstrategie gibt es nur, wenn der gleiche Bruch mehrere Male gespielt werden darf.

Mit der Einführung des Lehrplan 21 wird in vielen Kantonen die Schülerinnen- und Schülerbeurteilung diskutiert und neu ausgestaltet. Ein Kennzeichen dieser Neuorientierung ist die breitere Abstützung der Bewertung, insbesondere auch auf Produkte.

Diese Publikation unterstützt Lehrpersonen in diesem für die meisten neuen Bereich. Sie enthält eine thematische Einführung und eine Sammlung von Beurteilungsanlässen. Diese sind niveauübergreifend und zum Teil klassenübergreifend ausgelegt. Mit den darin aufgeführten Beispielen können Lehrpersonen Erfahrungen sammeln und Ideen entwickeln, wie Produkte im Mathematikunterricht begleitet und bewertet werden können.



schulverlag plus
ilz

9 783292 008596

Art.-Nr. 88896

ISBN 978-3-292-00859-6